

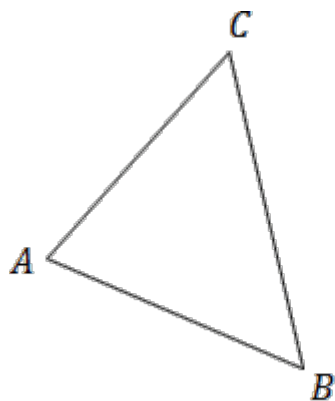
Задача В6: отрезки и углы в треугольниках

Сегодня мы рассмотрим основные теоремы, необходимые для решения задачи В6. Все они относятся к многоугольникам. Статья получилась длинной, но очень полезной.

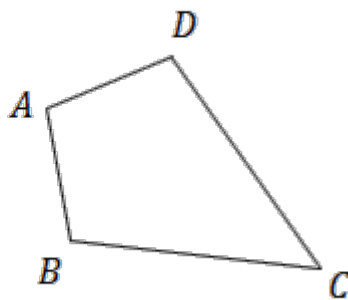
Углы в треугольнике и четырехугольнике

Первый и, пожалуй, самый важный факт:

1. В треугольнике сумма углов равна 180° ;
2. А в четырехугольнике — 360° .



$$A + B + C = 180^\circ$$

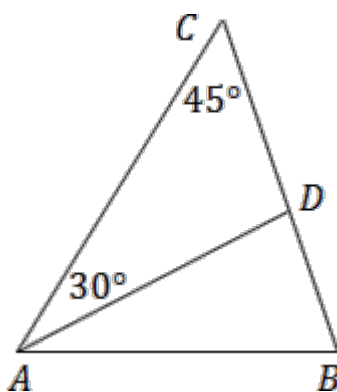


$$A + B + C + D = 360^\circ$$

Эти равенства хорошо работают в тех случаях, когда известны все углы, кроме одного. Как правило, именно этот недостающий угол и требуется найти.

Несмотря на внешнюю простоту, таких задач много. Их постоянно дают на пробниках, и в настоящем ЕГЭ они тоже будут.

Задача [Пробный ЕГЭ 2012]



В треугольнике ABC угол C равен 45° , AD — биссектриса, угол CAD равен 30° . Найдите угол B.
Решение

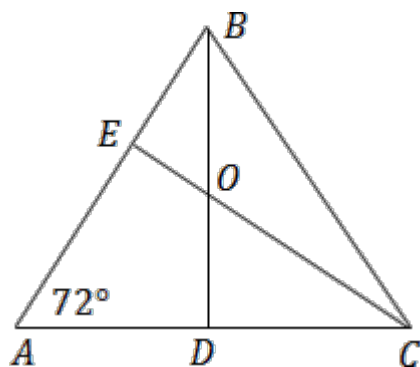
Рассмотрим треугольник ABC. Поскольку AD — биссектриса, углы BAD и CAD равны: $BAD = CAD = 30^\circ$. С другой стороны, угол $BAC = BAD + CAD = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$. Но сумма углов треугольника равна 180° . Поэтому имеем:

$$A + B + C = 180; 60 + B + 45 = 180; B = 75.$$

Это и есть искомый угол.

Ответ 75

Задача [Материалы подготовки к ЕГЭ]



Высоты BD и CE треугольника ABC пересекаются в точке O. Найдите угол DOE, если угол A равен 72°.

Решение

Рассмотрим четырехугольник ADOE. По условию, угол A равен 72°. Кроме того, поскольку BD и CE — высоты, углы ADO и AEO — прямые: $ADO = AEO = 90^\circ$. Сумма углов четырехугольника равна 360°, поэтому:

$$A + ADO + DOE + AEO = 360; 72 + 90 + DOE + 90 = 360; DOE = 108.$$

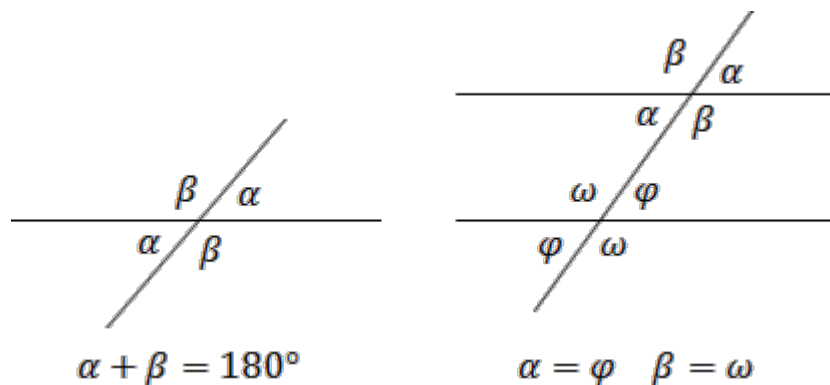
Ответ

108

Параллельные прямые и смежные углы

Эта тема тоже постоянно «всплывает» в задачах В6. Смежные углы обычно возникают в задачах с треугольниками, а параллельные прямые — в параллелограммах (кэп?). Итак, что надо знать:

1. Сумма смежных углов равна 180°;
2. Соответственные и накрест лежащие углы при параллельных прямых равны;
3. Сумма односторонних углов при параллельных прямых равна 180°.

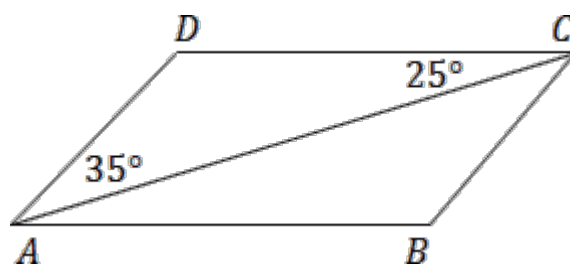


Задача [Материалы подготовки к ЕГЭ]

Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 25° и 35°. Найдите больший угол параллелограмма.

Решение

Обозначим параллелограмм за ABCD, причем AC — та самая диагональ. Предположим, угол CAD равен 35°, а угол DCA равен 25°. Имеем:



Заметим, что углы BAC и DCA равны: $BAC = DCA = 25^\circ$. Ведь это внутренние накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и CD и секущей AC .

Кроме того, угол $BAD = BAC + CAD = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$. Обозначим неизвестный угол $D = x$.

Поскольку $ABCD$ — параллелограмм, имеем:

$B = D = x$; $BCD = BAD = 60$.

Но сумма углов четырехугольника равна 360° , поэтому:

$BAD + B + BCD + D = 360$; $60 + x + 60 + x = 360$; $2x + 120 = 360$; $2x = 240$; $x = 120$.

Получается, что углы B и D равны 120° , а углы BAD и BCD — 60° . Требуется найти больший угол — это угол B . Поэтому ответ — 120 градусов.

Ответ

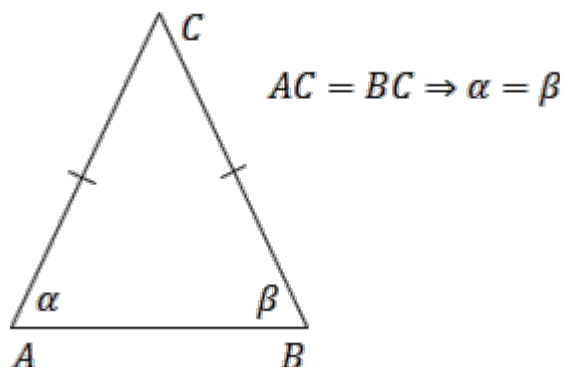
120

Равнобедренный треугольник

Думаю, уж эту-то теорему знают все. А именно:

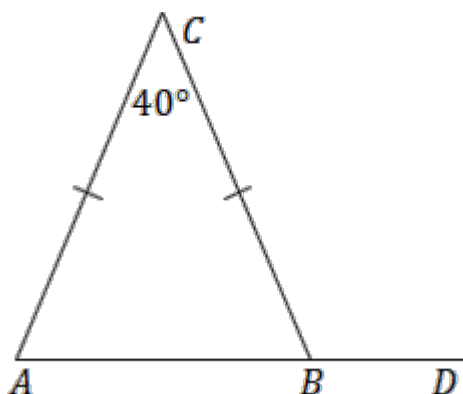
Теорема

Углы при основании равнобедренного треугольника равны.



Помните, что в реальных задачах равнобедренный треугольник совсем необязательно выглядит так же красиво. Основание может оказаться сбоку и даже сверху. Взгляните на примеры — и сами все поймете.

Задача [Пробный ЕГЭ 2011]



В треугольнике ABC стороны $AC = BC$, угол C равен 40° . Найдите внешний угол DBC.

Решение

Ну, здесь все тривиально. Поскольку углы ABC и DBC — смежные, достаточно найти угол ABC. Тогда сразу найдем и угол DBC.

По условию, треугольник ABC — равнобедренный: $AC = BC$. Следовательно, углы при основании равны: $A = ABC = x$. Но сумма углов треугольника равна 180° , поэтому:

$$A + ABC + C = 180; x + x + 40 = 180; 2x = 140; x = 70.$$

Итак, угол ABC равен 70° . Теперь вспоминаем, что углы ABC и DBC — смежные, поэтому их сумма равна 180° . Имеем:

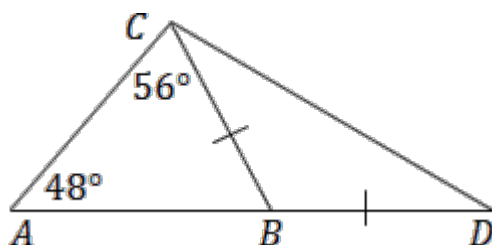
$$ABC + DBC = 180; 70 + DBC = 180; DBC = 110.$$

Вот и все — задача решена!

Ответ

110

Задача [Материалы подготовки к ЕГЭ]



В треугольнике ABC угол A равен 48° , а угол C равен 56° . На продолжении стороны AB за точку B отмечена точка D, причем $BD = BC$. Найдите угол D треугольника BCD.

Решение

Для начала рассмотрим треугольник BCD. В нем $BD = BC$, поэтому углы D и BCD равны. Как видим, основание треугольника вовсе не горизонтально, однако это не должно нас смущать.

Обозначим величину этих углов за x : $D = BCD = x$. Заметим, что угол $ACD = ACB + DCB = 56 + x$.

Осталось рассмотреть большой треугольник ADC. В нем сумма углов равна 180° , поэтому:

$$A + D + ACD = 180; 48 + x + 56 + x = 180; 2x + 104 = 180; 2x = 76; x = 38.$$

Итак, угол $D = x = 38$, что и требовалось найти.

Ответ

38