

В13. Текстовые задачи

Для текстовых задач не существует единого алгоритма решения — в этом вся их сложность. Фактически, каждую задачу приходится решать «с нуля». Зубрить их тоже бесполезно, потому что текстовых задач слишком много.

Тем не менее, существуют типовые задачи, которые вполне стандартно решаются и постоянно встречаются на ЕГЭ по математике. Ими мы и займемся.

Задача В13: смеси и сплавы

Многие ученики ненавидят эту задачу и даже не пытаются ее решать. И совершенно зря, потому что смеси и сплавы — одни из самых легких задач В13.

Для решения требуется выполнить три простых шага:

1. Составляем таблицу, в которой указываем общую массу и массу «чистого» вещества для каждой смеси или сплава. Все данные берутся прямо из условия задачи. Например, 50 литров кислоты с концентрацией 15% — это $m_0 = 50$ литров общей массы $m_1 = 0,15 \cdot 50 = 7,5$ литров «чистого» вещества;
2. Если какие-то ячейки таблицы остались не заполненными, обозначаем их переменными x , y и т.д. Чаще всего в качестве неизвестной величины выступает масса, реже — концентрация;
3. Составить уравнения по правилу: при объединении двух смесей/сплавов их массы складываются. Другими словами, масса полученной смеси равна сумме масс исходных смесей. Аналогично, складываются массы «чистых» веществ.

Если все сделать правильно, то получится одно-два линейных уравнения.

Решаем их — получаем ответ. А вот фиг! После того, как решите уравнение, никогда (слышите, никогда!) не записывайте ответ. Запомните:

Прежде чем записать ответ, вернитесь к задаче и еще раз прочитайте, *что требуется найти*. Потому что решить уравнение — это еще не значит решить текстовую задачу.

Это правило работает для всех текстовых задач, а не только для В13. Многие ученики сосредотачиваются на решении уравнения, но совершенно забывают, что, собственно, требовалось найти. Получается, что по существу задача решена верно, а ответ — неправильный.

Задача [Рабочая тетрадь «ЕГЭ 2012 по математике»]

Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора того же вещества. Сколько процентов составляет концентрация полученного раствора?

Решение

Итак, у нас есть три вещества:

1.4 литра 15-процентного раствора;

2.6 литров 25-процентного раствора;

3. Третий раствор с неизвестной концентрацией.

Составим таблицу:

	Общая масса, кг	Масса чистого вещества, кг
Раствор 1 (15%)	4	$0,15 \cdot 4 = 0,6$
Раствор 2 (25%)	6	$0,25 \cdot 6 = 1,5$
Раствор 3	x	y

По условию, нам не дана ни масса нового раствора, ни масса чистого вещества в нем. Поэтому обозначим общую массу x , а массу основного вещества y .

Поскольку при смешивании все массы складываются, получаем уравнения:

$$4 + 6 = x \Rightarrow x = 10;$$

$$0,6 + 1,5 = y \Rightarrow y = 2,1.$$

Уравнения получились настолько простыми, что даже не пришлось составлять систему. Но это еще не ответ! В задаче требуется найти *концентрацию* нового раствора. Чтобы найти ее, разделим массу чистого вещества на общую массу раствора:

$$y : x = 2,1 : 10 = 0,21$$

Итак, доля чистого вещества равна 0,21. Чтобы перевести долю в проценты, умножим на сто:
 $0,21 \cdot 100 = 21$

Ответ 21

Задача [Рабочая тетрадь «ЕГЭ 2012 по математике»]

Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Решение

Обозначим массу 30-процентного раствора x , а массу 60-процентного раствора y . Получим таблицу:

	Общая масса, кг	Масса чистого вещества, кг
Раствор 1 (30%)	x	$0,3x$
Раствор 2 (60%)	y	$0,6y$
Чистая вода	10	0
Раствор 3 (50%)	10	$0,5 \cdot 10 = 5$
Смесь «30% + 60% + вода»	$x + y + 10$	$0,3x + 0,6y + 0$

Смесь «30% + 60% + 50%»	$x + y + 10$	$0,3x + 0,6y + 5$
-------------------------	--------------	-------------------

По условию, концентрация смеси «30% + 60% + вода» равна 36%. Получаем уравнение:

$$0,3x + 0,6y + 0 = 0,36 \cdot (x + y + 10)$$

Аналогично, концентрация смеси «30% + 60% + 50%» равна 41%. Отсюда получаем еще одно уравнение:

$$0,3x + 0,6y + 5 = 0,41 \cdot (x + y + 10)$$

Решаем полученную систему, вычитая первое уравнение из второго:

$$\begin{cases} 0,3x + 0,6y = 0,36 \cdot (x + y + 10) \\ 0,3x + 0,6y + 5 = 0,41 \cdot (x + y + 10) \end{cases}$$

$$5 = 0,05 \cdot (x + y + 10)$$

$$100 = x + y + 10$$

$$\begin{cases} 0,3x + 0,6y = 0,36 \cdot 100 & | \times 10 \\ x + y + 10 = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 6(90 - x) = 360 \\ y = 90 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 540 - 6x = 360 \\ y = 90 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 60 \\ y = 30 \end{cases}$$

Теперь вспомним, что надо найти. А нужна масса 30-процентного раствора. Та самая, которую мы обозначили за x . Следовательно, $x = 60$ — это и есть ответ.

Ответ 60

В заключение — два слова об уравнениях. Взгляните на задачи, приведенные выше: все уравнения — *линейные*. Никаких квадратов, никаких дискриминантов и тем более дробно-рациональных выражений. Вот почему задачи на смеси и сплавы считаются очень легкими.