

## В12. Все возможные варианты

### Работа с формулами в задаче В12

Если в задаче В12 дано уравнение, которое содержит несколько переменных, ни одна из которых не рассматривается как «основная» — перед нами задача на работу с формулами. За примерами далеко ходить не надо:

$$I = \frac{U}{R}; \quad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}; \quad l = \sqrt{2Rh}$$

Как видно, формулы могут связывать по три, а то и по четыре переменных. Но решаются такие задачи всегда одинаково.

Взгляните на них: значения переменных, входящих в формулу, указаны прямо в тексте. За исключением одной — ее-то и требуется найти. Таким образом, решение задачи В12 с формулой состоит из трех шагов:

1. Найти и выписать из текста все известные переменные. Не забудьте перевести все в единую систему измерений. Если одна величина указана в км/ч, а другая — в м/с, то все надо перевести в м/с.
2. Подставить эти переменные в формулу. Получится уравнение с одной неизвестной.
3. Решить полученное уравнение — получим ответ.

И еще: прежде чем решать задачу, постарайтесь преобразовать исходную формулу в максимально простой вид — избавляйтесь от корней, дробей и прочего бреда. Это правило распространяется на все задачи ЕГЭ по математике.

### Задача

В электросеть включен предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи  $I$  связана с напряжением  $U$  соотношением:

$$I = \frac{U}{R}$$

где  $R$  — сопротивление прибора. Ответ выразите в Омах.

### Решение

Для начала перепишем формулу:  $U = I \cdot R$ . По условию, нам известно напряжение  $U = 220$  В и сила тока  $I = 20$  А. Ничего переводить в другую систему счисления не надо — все и так переведено. Поэтому находим  $R$ :

$$220 = 20 \cdot R;$$

$$R = 11.$$

### Задача

Если наблюдатель находится на небольшой высоте  $h$  над поверхностью Земли, то расстояние от него до линии горизонта можно найти по формуле:

$$l = \sqrt{2Rh}$$

где  $R = 6400$  км — радиус Земли. Найдите наименьшую высоту, с которой должен смотреть наблюдатель, чтобы он видел линию горизонта на расстоянии не менее 6,4 км. Ответ выразите в метрах.

### Решение

Перепишем формулу:  $l^2 = 2Rh$ . Поскольку нам известны две величины —  $l = 6,4$  км и  $R = 6400$  км — и обе выражены в километрах, можно подставить в формулу и найти  $h$ :

$$6,4^2 = 2 \cdot 6400 \cdot h;$$

$$40,96 = 12\,800 \cdot h;$$

$$h = 0,0032.$$

Итак,  $h = 0,0032$  км. Но ответ просят дать в метрах. В одном километре 1000 метров, поэтому имеем:

$$h = 0,0032 \cdot 1000 = 3,2 \text{ м.}$$

### Задача

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 30$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 180 до 210 см. Изображения на экране будет четким, если выполнено соотношение:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

### Решение

Снова перепишем формулу, избавившись от дробей:

$$f \cdot (d_1 + d_2) = d_1 \cdot d_2.$$

Итак, нам нужно найти  $d_1$ . При этом значение  $f = 30$  нам дано, а вот  $d_2$  изменяется от 180 до 210. Получим два уравнения:

$$30 \cdot (d_1 + 180) = d_1 \cdot 180;$$

$$30 \cdot d_1 + 5400 = 180 \cdot d_1;$$

$$150 \cdot d_1 = 5400;$$

$$d_1 = 36.$$

$$30 \cdot (d_1 + 210) = d_1 \cdot 210;$$

... (решается аналогично предыдущему)

$$d_1 = 35.$$

По условию, оба значения  $d_1$  допустимы, поэтому выбираем наименьшее:  $d_1 = 35$ .

Ответ 35

Небольшое пояснение к задаче с линзами. Многие, увидев волшебную фразу «в пределах от ... до ... », даже не приступают к решению этой задачи. А на самом деле это обычная формула — просто для переменных указаны два значения, поэтому надо составить два уравнения. Получим два значения искомой величины — из них выбираем нужное с учетом ограничений.

### Задачи В12, сводящиеся к линейным уравнениям

Линейные уравнения — простейшие конструкции, которые изучаются в школьном курсе математики. Многие задачи В12, которые встречаются в ЕГЭ и выглядят достаточно угрожающе, в итоге сводятся к этим самым линейным уравнениям.

Как правило, линейные уравнения возникают, если:

1. При подстановке переменных в исходную формулу задачи сводится к пропорции. В этом случае достаточно вспомнить основное свойство пропорции — умножение «крест-накрест» — и мы получим классическое линейное уравнение;
2. Формула изначально была линейной. Достаточно редкий случай. Думаю, тут все понятно: записываем уравнение, решаем, находим ответ.

В любом случае, помните основное правило, одинаково полезное для решения всех задач В12:

Избавляйтесь от дробей и отрицательных степеней в формулах. Если можно умножить — умножайте; можно сократить — сокращайте. Дробь (особенно десятичные) можно записывать только в ответе.

Многие, кто впервые слышит это правило, начинают возмущаться. Мол, к чему такие сложности? Ведь это дополнительные действия, в которых можно допустить еще больше ошибок!

Но статистика неумолима: число ошибок, связанных с преобразованием дробей, меркнет по сравнению с огромным множеством ошибок, которые возникают:

- 1. Из-за дробных коэффициентов в уравнениях;**
- 2. При умножении степеней с отрицательными показателями;**
- 3. Как ни странно, при сложении и вычитании обыкновенных дробей.**

Задача

Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p = 700$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 400$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 800\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле:

$$\pi(q) = q(p - v) - f.$$

Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 1 000 000 руб.

Решение

Классическая задача на подстановку переменных в формулу. По условию, нам известно следующее:

$$\pi(q) = q(p - v) - f; p = 700; v = 400; f = 800\,000.$$

Требуется, чтобы месячная операционная прибыль  $\pi(q) = 1\,000\,000$ . Подставляем значения переменных  $p$ ,  $v$  и  $f$  в формулу и решаем уравнение:

$$1\,000\,000 = q(700 - 400) - 800\,000;$$

$$1\,000\,000 + 800\,000 = q \cdot 300;$$

$$300q = 1\,800\,000;$$

$$q = 6000.$$

Итак, для получения требуемой месячной прибыли необходимо производить 6000 единиц продукции в месяц — это и есть ответ.

Задача

Сила тока в цепи  $I$  (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома:

$$I = \frac{U}{R}$$

где  $U$  — напряжение в вольтах,  $R$  — сопротивление электроприбора в Омах.

В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 11 А. Определите, какое минимальное сопротивление (в Омах) должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать.

Решение

Избавимся от дробей в формуле, переписав ее в виде  $I \cdot R = U$ . Далее подставим в эту формулу известные величины: силу тока  $I = 11$  и напряжение  $U = 220$  (единицы измерения писать не надо). Имеем:

$$11 \cdot R = 220 \Rightarrow R = 20.$$

Итак, сопротивление электроприбора должно быть не менее 20 Ом — это и есть ответ.

Задача

При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 15$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону:

$$l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$$

где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6,3 мм? Ответ выразите в градусах

Цельсия.

Решение

Довольно зверская задача, поскольку и формула, и числа в ней весьма сложные. Для начала выясним, что означает фраза «рельс удлинится на 6,3 мм». И так, был рельс длиной 15 метров. Затем рельс удлинился на  $6,3 \text{ мм} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ метра}$  (т.к. 1 мм — это  $10^{-3}$  метра), и теперь общая длина равна  $15 + 6,3 \cdot 10^{-3}$  метра.

Теперь, когда мы разобрались, что значит «рельс удлинится», можно решить задачу.

Имеем:  $l_0 = 15$ ;  $l(t^\circ) = 15 + 6,3 \cdot 10^{-3}$ ;  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}$ . Подставляем в исходную формулу — получаем:

$$15 + 6,3 \cdot 10^{-3} = 15 \cdot (1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t);$$

$$15 + 6,3 \cdot 10^{-3} = 15 + 15 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t \text{ — раскрыли скобки};$$

$$6,3 \cdot 10^{-3} = 18 \cdot 10^{-5} \cdot t \text{ — убрали 15 с обеих сторон};$$

$$6,3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 = 18 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5 \cdot t \text{ — умножили все на } 10^5;$$

$$6,3 \cdot 10^2 = 18 \cdot t \text{ — избавились от отрицательных степеней};$$

$$18t = 630 \text{ — получили нормальное уравнение};$$

$$t = 35 \text{ — решили уравнение.}$$

Как видите, при аккуратном подходе даже самые сложные задачи (например, с рельсами) решаются быстро.

В заключение — небольшое замечание касательно единиц измерения. Вопрос: когда их надо преобразовывать, а когда на это можно забыть? В ЕГЭ по математике существует лишь две потенциально «опасные» величины:

1. Скорость. Может измеряться в метрах в секунду, а может — в километрах в час;
2. Расстояние. В разных задачах измеряется в метрах, километрах и даже миллиметрах (как в случае с рельсами).

Остальные числа — время, температура и другие физические величины — всегда даются в СИ. Исключения существуют, но их единицы, и такие задачи сразу бросаются в глаза.

## Комбинированные задачи В12

Часто бывает, что в одной задаче В12 присутствует и функция, и формула. В таких задачах кроме основной переменной присутствуют дополнительные неизвестные, значения которых надо искать где-то в тексте.

В двух словах: найти в тексте числа и подставить их в исходную формулу. Если все сделать правильно, получится стандартное уравнение с одной переменной.

Задача

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону:

$$m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 56$

мг. Период его полураспада  $T = 7$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 7 мг?

Решение

По условию, известны следующие величины:  $m_0 = 56$ ;  $T = 7$ . Подставим их в функцию — получим  $m(t) = 56 \cdot 2^{-t/7}$ . Требуется найти момент, когда  $m(t) = 7$  мг. Составим и решим уравнение:

$$56 \cdot 2^{-t/7} = 7;$$

$$2^{-t/7} = 1/8 \text{ — разделили все на } 56;$$

$$2^{-t/7} = 2^{-3} \text{ — представили } 1/8 \text{ как } 2^{-3};$$

$$-t/7 = -3;$$

$$t = 21.$$

Ответ 21

Задача

Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию  $q$  (единиц в месяц) от ее цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой:  $q = 75 - 5p$ . Определите максимальный уровень  $p$  цены (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц  $r = q \cdot p$  составит не менее 270 тыс. руб.

Решение

Итак, у нас есть функция  $r = q \cdot p$ , причем  $q$  — неизвестная величина.

Более того, переменная  $q$  сама является функцией: по условию,  $q = 75 - 5p$ . Подставим это выражение в функцию  $r$ . Получим:

$$r = (75 - 5p) \cdot p = 75p - 5p^2.$$

Теперь у нас есть функция, выражающая прибыль через цену. Все цены установлены в тысячах рублей — это следует из условия. Также, по условию, прибыль должна быть не менее 270 тыс. руб., поэтому можно написать  $r = 270$ . Составим и решим уравнение:

$$270 = 75p - 5p^2;$$

$$5p^2 - 75p + 270 = 0 \text{ — перенесли все влево;}$$

$$p^2 - 15p + 54 = 0 \text{ — разделили все на } 5;$$

... (решаем квадратное уравнение)

$$p_1 = 6; p_2 = 9.$$

Поскольку нас интересует наибольшая цена, выбираем  $p_2 = 9$ .

Ответ 9

Задача

При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t) = l_0 \cdot (1 + a \cdot t)$ , где  $a = 1,2 \cdot 10^{-5}$  ( $^\circ\text{C}$ )

$-1$  — коэффициент теплового расширения,  $t$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре зазор между рельсами исчезнет? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Решение

Изначально нам известны две величины:  $l_0 = 20$  и  $a = 1,2 \cdot 10^{-5}$ . Самый тонкий момент — понять, чему равно  $l(t)$ . А именно: зазор исчезнет, когда рельс удлинится на эти самые 9 мм. Была длина 20 метров, а стала — 20 метров + 9 мм.

Переведем все в метрическую систему. В одном метре 1000 мм, поэтому 9 мм =  $9 \cdot 10^{-3}$  м. Итого,  $l(t) = 20 + 9 \cdot 10^{-3}$ . Оставим эту запись именно в таком виде, не будем складывать. Получилось уравнение:

$$20 + 9 \cdot 10^{-3} = 20 \cdot (1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t).$$

Раскроем скобки — и после очевидных преобразований уравнение станет совсем простым:

$$20 + 9 \cdot 10^{-3} = 20 + 20 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t;$$

$$9 \cdot 10^{-3} = 24 \cdot 10^{-5} \cdot t \text{ — убрали с обеих сторон число } 20.$$

Умножим обе стороны на 105 и получим:

$$9 \cdot 10^{-3} + 5 = 24 \cdot 10^{-5} + 5 \cdot t;$$

$$9 \cdot 102 = 24t \text{ — обычное линейное уравнение;}$$

$$t = 900/24 = 37,5.$$

Как видите, задача про рельсы оказалась довольно сложной. И многие, кто писал пробный ЕГЭ по математике, с этой задачей не справились. В большинстве случаев ученики забывали, что итоговая длина  $l(t)$  — это сумма исходной длины  $l_0$  и удлинения, которое еще надо перевести в метры.

Общие выводы из приведенных решений:

1. Иногда в задачах о радиоактивных изотопах указывают название вещества — не обращайте внимания на это. Хоть медь-64, хоть ксенон-133 — что угодно. Эти числа не участвуют в решении, а только засоряют текст задачи. Возможно, составители задач делают это намеренно;
2. В задачах о предприятиях-монополистах не стоит пугаться единиц измерений. Даже если это сотни тысяч рублей, не надо приписывать нули к указанным в задаче числам. Используйте то, что дано — и получите правильный ответ;
3. Когда речь идет о рельсах, важно понимать, что  $l(t)$  — это длина всего рельса, а не только его удлинение. Само удлинение (или зазор) надо перевести в метры. Например, 4,5 мм — это  $4,5 \cdot 10^{-3}$  м. Кроме того, не спешите складывать длину рельса и зазор. Лучше раскройте скобки — формула сложная, но объем вычислений сократится многократно. И не надо вычислять  $10^{-5}$ , а то получится одна стотысячная и будет очень грустно.

## Сложные задачи В12

Но рельсы — это еще не все! Существуют еще более сложные задачи, требующие

действительно грамотных размышлений. По сравнению с ними даже рельсы отдыхают. Вероятность нарваться на подобную задачу в настоящем ЕГЭ невелика, но знать, как они решаются, совершенно необходимо. Рассмотрим две такие задачи. Они действительно предлагались на пробном ЕГЭ по математике. Справились с ними лишь единицы.

#### Задача

Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры:

$$P = \sigma ST^4$$

где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах.

Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = (1/128) \cdot 1020$  м<sup>2</sup>, а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $1,14 \cdot 1025$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Ответ дайте в градусах Кельвина.

#### Решение

Конечно, формула с четвертой степенью и числа, содержащие степени десятки, выглядят угрожающе. Но в действительности все не так плохо. Нам известна мощность  $P$ , площадь  $S$  и постоянная  $\sigma$ . Подставим их в формулу — получим:

$$1,14 \cdot 1025 = 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot (1/128) \cdot 1020 \cdot T^4.$$

Единицы измерения не пишем — они только засоряют уравнение. Чтобы упростить решение, умножим обе стороны на 128, а затем по возможности сократим количество множителей.

Имеем:

$$1,14 \cdot 1025 \cdot 128 = 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot (1/128) \cdot 1020 \cdot T^4 \cdot 128;$$

$$1,14 \cdot 128 \cdot 1025 = 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 1020 \cdot T^4 \text{ — сократили множители, отмеченные красным;}$$

$$1,14 \cdot 128 \cdot 1025 = 5,7 \cdot 1012 \cdot T^4;$$

$$1,14 \cdot 128 \cdot 1025 \cdot 12 = 5,7 \cdot 1012 \cdot 12 \cdot T^4 \text{ — разделили все на } 1012;$$

$$1,14 \cdot 128 \cdot 1013 = 5,7 \cdot T^4;$$

$$1,14 \cdot 128 \cdot 1013 : 5,7 = 5,7 \cdot T^4 : 5,7 \text{ — делим все на } 5,7;$$

$$0,2 \cdot 128 \cdot 1013 = T^4 \text{ — потому что } 1,14 : 5,7 = 0,2;$$

$$2 \cdot 10^{-1} \cdot 128 \cdot 1013 = T^4 \text{ — записали } 0,2 = 2 \cdot 10^{-1};$$

$$256 \cdot 1012 = T^4 \text{ — группируем двойки и десятки;}$$

$$T^4 = 1012 \cdot 28 \text{ — поскольку } 256 = 28;$$

$$T = 103 \cdot 22 = 1000 \cdot 4 = 4000.$$

На последнем шаге мы находим корень 4-й степени. Напомню: извлечение корня понижает степени у *каждого* множителя.

Вообще говоря, действительных корней в уравнении будет два:  $T_1 = 4000$  и  $T_2 = -4000$ . Но температура в Кельвинах не может быть отрицательной, поэтому второй вариант нас не интересует.

Ответ 4000

Задача

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону:

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$$

где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м — начальная высота столба воды,  $k = 1/50$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>).

Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

Решение

Для начала выясним, чему равно искомое  $H(t)$ . По условию, в баке должна остаться четверть первоначального объема воды. Поэтому  $H(t) = (1/4) \cdot 20 = 5$  м.

Теперь, когда все параметры известны, подставим числа в функцию. Чтобы не усложнять выкладки, заметим следующее:

$$\sqrt{2gH_0} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} = \sqrt{400} = 20$$

Таким образом, вместо корня можно смело писать число 20. Имеем:

$$5 = 20 - 20 \cdot (1/50) \cdot t + (10/2) \cdot (1/50)^2 \cdot t^2;$$

$$0 = 15 - 20 \cdot (1/50) \cdot t + 5 \cdot (1/50)^2 \cdot t^2 \text{ — перенесли все в одну сторону};$$

$$(1/50)^2 \cdot t^2 - 4 \cdot (1/50) \cdot t + 3 = 0 \text{ — разделили все на 5.}$$

Сделаем замену переменной:  $(1/50) \cdot t = x$ . Тогда  $(1/50)^2 \cdot t^2 = x^2$ , и все уравнение переписывается следующим образом:

$$x^2 - 4x + 3 = 0;$$

$(x - 3) \cdot (x - 1) = 0$  — корни квадратного уравнения легко угадываются без всякого дискриминанта (см. урок «Теорема Виета»);

$$x_1 = 3; x_2 = 1.$$

Теперь вспоминаем, что такое  $x$ . Поскольку мы выполняли замену  $x = (1/50) \cdot t$ , имеем:

$$t = 50x;$$

$$t_1 = 50 \cdot 3 = 150;$$

$$t_2 = 50 \cdot 1 = 50.$$

Итак, у нас два кандидата на ответ: числа 50 и 150. Заметим, что в момент времени  $t = 100$  высота столба воды равна:

$$H(100) = 20 - 20 \cdot (1/50) \cdot 100 + 5 \cdot (1/50)^2 \cdot 100^2 = 20 - 40 + 20 = 0.$$

Другими словами, через  $t = 100$  секунд вода полностью вытечет из бака, и уравнение  $H(t)$  теряет физический смысл. Поэтому вариант  $t = 150$  нас не интересует. Остается только  $t = 50$ .

Ответ 50

В заключение хочу еще раз заострить внимание на последней задаче. Мы отсеяли корень  $t = 150$ , поскольку он расположен слишком далеко от старта — там, где исходная формула теряет всякий физический смысл. Сравните:

1. С точки зрения математики, перед нами стандартная квадратичная функция, график которой — парабола. И вполне нормально, что квадратное уравнение имеет два корня;
2. Но с точки зрения физики, после отметки  $t = 100$  графика вообще не существует. Потому что через 100 секунд вода полностью вытекает из бака, и функция  $H(t)$  перестает описывать рассматриваемый процесс. Все, что расположено дальше этой отметки — бред, который нас не интересует.

В задаче про звезды мы выбрали положительный корень, также руководствуясь физическим смыслом. Данные примеры наглядно демонстрируют, насколько опасно «увлекаться» математическими уравнениями без оглядки на реальные условия задач. Будьте внимательны!

### Типичные задачи В12 с функциями

Мы рассмотрим типичные задачи В12, которые сводятся к работе с функциями. Речь пойдет о функциях в «чистом» виде — без дополнительных параметров и аргументов. Подобных задач не так много, поэтому урок будет коротким, но содержательным.

Говоря простым языком, функции — это когда одна переменная зависит от другой.

В задаче В12 функции всегда задаются формулами и обозначаются разными буквами:  $f(x)$ ,  $h(t)$ ,  $m(t)$ ...

Как решать такие задачи? Многие учителя рекомендуют сводить функцию к уравнениям и неравенствам, а затем решать их. Можно и так, но есть способ проще. Итак, всего три шага:

1. Найти в тексте задачи, чему должна быть равна функция. Пусть это будет число  $K$ .
2. Решить уравнение  $f(x) = K$ . Ну, или  $h(t) = K$  — в зависимости от того, как называется функция.
3. Если корень один — это и есть ответ. Если корней два и более — надо немного подумать. Например, время не может быть отрицательным, масса — нулевой, и так далее.

Функции в задаче В12 всегда очень простые, поэтому чаще всего проблемы возникают на третьем шаге. Но это лечится обыкновенной тренировкой.

### Задача

Высота, на которой находится камень, брошенный с земли вертикально вверх, меняется по закону  $h(t) = 2 + 12t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 6 метров?

### Решение

Из условия следует, что надо решить уравнение  $h(t) = 6$ . Получаем обычное квадратное уравнение:

$$2 + 12t - 5t^2 = 6;$$

$$5t^2 - 12t + 4 = 0 \text{ — собрали все с одной стороны;}$$

... (решаем обычное квадратное уравнение)

$$t_1 = 0,4; t_2 = 2.$$

Итак, у нас два корня. Что это значит? В момент времени  $t_1 = 0,4$  камень был на высоте 6 метров, затем — очевидно, больше 6, и, наконец, в момент  $t_2 = 2$  снова 6 метров.

Короче говоря, в период с  $t_1 = 0,4$  до  $t_2 = 2$  камень находился на высоте более 6 метров.

Найдем длину отрезка времени  $l$ :

$$l = t_2 - t_1 = 2 - 0,4 = 1,6.$$

Ответ 1,6

### Задача

Камень брошен вниз с высоты 24 метра. Пока камень не упал, его высоту можно находить по формуле  $h(t) = 24 - 7t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень будет падать?

### Решение

Что значит, что камень упал? Это означает, что его высота над поверхностью земли стала равна нулю. Итак, надо решить уравнение  $h(t) = 0$ . Имеем:

$$24 - 7t - 5t^2 = 0 \text{ — обычное квадратное уравнение;}$$

... (решаем квадратное уравнение)

$$t_1 = 1,6; t_2 = -3;$$

Очевидно, корень  $t_1 = -3$  нам не подходит, поскольку время не может быть отрицательным. Поэтому камень будет падать 1,6 секунды.

Ответ 1,6

Почему-то в последней задаче многие (на самом деле, почти все) хотят решить уравнение  $h(t) = 24$ . Аргументация такая: мол, число 24 встречается в тексте, да еще и в самом начале. Так вот: это число не имеет никакого отношения к решению. Вообще. А требуемое значение функции надо искать в вопросе.

В самом деле, сколько секунд камень будет падать? Ну, до тех пор, пока не упадет. А что значит, что камень упал? Это значит, что его высота над землей равна нулю. Вот такие неслабые размышления.

Когда искомое значение функции определено, решить задачу не составит труда. В заключение рассмотрим еще 2 типовые задачи, которые любят давать на пробных экзаменах, и которые вполне могут встретиться на настоящем ЕГЭ.

### **Не пишите единицы измерения в задаче В12**

Решая задачи В12, многие ученики допускают одну и ту же ошибку. Вместо того чтобы просто подставить коэффициенты в уравнение и найти ответ, они начинают смотреть на единицы измерения — градусы, метры, проценты и т.д.

Нелишним будет напомнить, что В12 — задача с практическим содержанием, и единицы измерения здесь будут всегда. Никакой смысловой нагрузки они не несут, поэтому запомните следующее правило:

Единицы измерения в задаче В12 писать *не надо*. Если они присутствуют в формуле изначально — удалите их. Все уравнения должны содержать только числа — никаких метров, градусов и рублей.

Так вы сэкономите время и уберете себя от многих ошибок. Заодно получите более «чистое» и наглядное уравнение, которое легче решается.