B11 Исследование функции с помощью производной

В задаче B11 предлагается исследовать на экстремумы функцию, заданную формулой. Это стандартная задача по математическому анализу, и ее сложность сильно меняется зависимости от рассматриваемой функции: некоторые из них решаются буквально устно, другиеже требуют серьезных размышлений.

Прежде чем изучать методы решения, надо усвоить некоторые термины из области математического анализа. Итак, в задаче B11 требуется найти с помощью производной следующие величины:

1. Точки локального максимума (минимума) — значение переменной, при которой функция достигает своей наибольшей (наименьшей) величины. Такие точки еще называются точками экстремума.

2. Глобальный максимум(минимум) функции — наибольшее (наименьшее) значение функции при указанных ограничениях. Другое название — глобальные экстремумы.

При этом глобальные экстремумы обычно ищутся не на всей области определения функции, а лишь на некотором отрезке [a; b]. Важно понимать, что глобальный экстремум и значение функции в точке экстремума далеко не всегда совпадают. Поясним это на конкретном примере:

• Задача. Найти точку минимума и минимальное значение функции

$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ на отрезке $[-3; 3]$.

Решение. Сначала найдем точку минимума, для чего вычислим производную:

$y' = (2x^3 - 3x^2 - 12x + 1)' = 6x^2 - 6x - 12$.

Найдем критические точки, решив уравнение $y' = 0$. Получим стандартное квадратное уравнение:

$y' = 0 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow ... \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$.

Отметим эти точки на координатной прямой, добавим знаки производной и ограничения — концы отрезка:

Масштаб картинки не имеет значения. Самое главное — отметить точки в правильной последовательности. Из школьного курса математики известно, что в точке минимума производная меняет знак с минуса на плюс. Отсчет всегда идет слева направо — в направлении положительной полуоси. Поэтому точка

минимума одна: $x = 2$.
Теперь найдем минимальное значение функции на отрезке $[-3; 3]$. Оно достигается
либо в точке минимума (тогда она становится точкой глобального минимума), либо
на конце отрезка. Заметим, что на интервале $(2; 3)$ производная всюду
положительна, а значит $y(3) > y(2)$, поэтому правый конец отрезка можно
не рассматривать. Остались лишь точки $x = -3$ (левый конец отрезка) и $x = 2$
(точка минимума). Имеем:
$y(-3) = 2(-3)3$
$- 3(-3)2$
$- 12(-3) + 1 = -44$;
$y(2) = 2*23$
$- 3*22$
$- 12*2 + 1 = -19$.
Итак, наименьшее значение функции достигается на конце отрезка и равно -44.
Ответ: xmin = 2; ymin = −44
Из приведенных рассуждений следует важный факт, о котором многие забывают.
Функция принимает максимальное (минимальное) значение не обязательно
в точке экстремума. Иногда такое значение достигается на конце отрезка, и производная
там не обязана равняться нулю.
Схема решения задач B11
Если в задаче B11 требуется найти максимальное или минимальное значение функции $f(x)$
на отрезке $[a; b]$, выполняем следующие действия:
1. Найти производную функции: $f'(x)$.
2. Решить уравнение $f'(x) = 0$. Если корней нет, пропускаем третий шаг и переходим сразу
к четвертому.
3. Из полученного набора корней вычеркнуть все, что лежит за пределами отрезка $[a; b]$.
Оставшиеся числа обозначим x1, x
2, ..., x
n — их, как правило, будет немного.
4. Подставим концы отрезка $[a; b]$ и точки x
1, x
2, ..., x
n в исходную функцию. Получим набор
чисел f(a),f(b),f(x1),f(x2), ...,f(xn), из которого выбираем наибольше или наименьшее
значение — это и будет ответ.
Небольшое пояснение по поводу вычеркивания корней, когда они совпадают
с концами отрезка. Их тоже можно вычеркнуть, поскольку на четвертом шаге концы
отрезка все равно подставляются в функцию — даже если уравнение $f'(x) = 0$

не имело решений.

Также следует внимательно читать условие задачи. Когда требуется найти значение функции (максимальное или минимальное), концы отрезка и точки

x1, x2, ..., xn

подставляются именно в функцию, а не в ее производную.

• Задача. Найти наибольшее значение функции y = x
3
 + 3x2
− 9x − 7
на отрезке [−5; 0].

Решение. Для начала найдем производную: y’ = (x3
 + 3x2
− 9x − 7)’ = 3x2
 + 6x − 9.

Затем решаем уравнение: y’ = 0 ⇒ 3x2
 + 6x − 9 = 0 ⇒ ... ⇒ x = −3; x = 1.

Вычеркиваем корень x = 1, потому что он не принадлежит отрезку [−5; 0].

Осталось вычислить значение функции на концах отрезка и в точке x = −3:

y(−5) = (−5)3
 + 4·(−5)2
− 9·(−5) − 7 = −12;

y(−3) = (−3)3
 + 4·(−3)2
− 9·(−3) − 7 = 20;

y(0) = 03
 + 4·02
− 9·0 − 7 = −7.

Очевидно, наибольшее значение равно 20 — оно достигается в точке x = −3.

Ответ: 20

Теперь рассмотрим случай, когда требуется найти точку максимума или минимума функции f(x) на отрезке [a; b]. Если отрезок не задан, функция рассматривается на своей области определения. Влюбом случае, схема решения такова:

1. Найти производную функции:f’(x).

2. Решить уравнение f’(x) = 0. Если производная — дробно-рациональная функция, дополнительно выясняем, когда ее знаменатель равен нулю. Полученные корни обозначим x1, x

2, ..., x
n.
3. Отметить x1, x
2, ..., x
n
на координатной прямой и расставить знаки, которые принимает
производная между этими числами. Если задан отрезок [a; b], отмечаемего
и вычеркиваемвсе, что лежит за его пределами.
4. Среди оставшихся точек ищем такую, где знак производной меняется сминуса на плюс
(это точкаминимума) или с плюса наминус (точкаминимума). Такая точка должна быть
только одна — это и будет ответ.
Вдумчивый читатель наверняка заметит, что для некоторых функций этот алгоритм
не работает. Действительно, существует целый класс функций, для которых нахождение
точек экстремума требует более сложных выкладок. Однако такие функции в ЕГЭ
по математике не встречаются.
Внимательно отнеситесь к расстановке знаков между точками x1, x2, ..., xn. Помните:
при переходе через корень четной кратности знак у производной не меняется. Когда
ищутся точки экстремума, знаки всегда просматриваются слева направо, т.е.
по направлению числовой оси.

Задача. Найти точку максимума функции

$$y = \frac{x^2 - 8x + 25}{x}$$

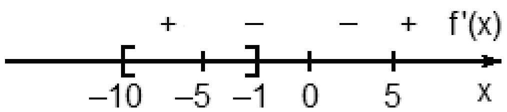
на отрезке [−8; 8].

Решение. Найдем производную:

$$y' = \left(\frac{x^2 - 8x + 25}{x}\right)' = \cdots = \frac{x^2 - 25}{x^2}$$

Поскольку это дробно-рациональная функция, приравниваем к нулю производную
и ее знаменатель:
y’ = 0 ⇒ x2 − 25 = 0 ⇒ ... ⇒ x = 5; x = −5;
x2 = 0 ⇒ x = 0 (корень второй кратности).

Отметим точки x = −5, x = 0 и x = 5 на координатной прямой, расставим знаки и границы:



Очевидно, что внутри отрезка осталась лишь одна точка $x = -5$, в которой знак производной меняется с плюса на минус. Это и есть точка максимума.

Ответ: -5

Еще раз поясним, чем отличаются точки экстремума от самих экстремумов.
Точки экстремума — это значения переменных, при которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение. Экстремумы — это значения самих функций, максимальные или минимальные в некоторой своей окрестности.

Помимо обычных многочленов и дробно-рациональных функций, в задаче B11 встречаются следующие виды выражений:

1. **Иррациональные функции,**
2. **Тригонометрические функции,**
3. **Показательные функции,**
4. **Логарифмические функции.**

С иррациональными функциями проблем, как правило, не возникает. Остальные случаи стоит рассмотреть более подробно.

Тригонометрические функции

Основная сложность тригонометрических функций состоит в том, что при решении уравнений возникает бесконечное множество корней. Например, уравнение $\sin x = 0$ имеет корни $x = \pi n$, где $n \in Z$. Ну и как отмечать их на координатной прямой, если таких чисел бесконечно много?

Ответ прост: надо подставлять конкретные значения n. Ведь в задачах B11 с тригонометрическими функциями всегда есть ограничение — отрезок [a; b]. Поэтому для начала берем $n = 0$, а затем увеличиваем n до тех пор, пока соответствующий корень не «вылетит» за пределы отрезка [a; b]. Аналогично, уменьшая n, очень скоро получим корень, который меньше нижней границы.

Несложно показать, что никаких корней, кроме полученных в рассмотренном процессе, на отрезке [a; b] не существует. Рассмотрим теперь этот процесс на конкретных примерах.

Задача. Найти точку максимума функции $y = \sin x - 5x\cdot\sin x - 5\cos x + 1$, принадлежащую отрезку $[-\pi/3; \pi/3]$.

Решение. Вычисляем производную: $y' = (\sin x - 5x\cdot\sin x - 5\cos x + 1)' = ... = \cos x - 5x\cdot\cos x = (1 - 5x)\cdot\cos x$.

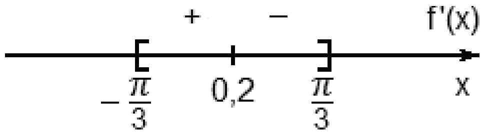
Затем решаем уравнение: $y' = 0 \Rightarrow (1 - 5x)\cdot\cos x = 0 \Rightarrow ... \Rightarrow x = 0{,}2$ или $x = \pi/2 + \pi n$, $n \in Z$.

С корнем $x = 0{,}2$ все понятно, а вот формула $x = \pi/2 + \pi n$ требует дополнительной обработки. Будем подставлять разные значения n, начиная с $n = 0$.

$n = 0 \Rightarrow x = \pi/2$. Но $\pi/2 > \pi/3$, поэтому корень $x = \pi/2$ не входит в исходный отрезок. Кроме того, чем больше n, тем больше x, поэтому нет смысла рассматривать $n > 0$.

$n = -1 \Rightarrow x = -\pi/2$. Но $-\pi/2 < -\pi/3$ — этот корень тоже придется отбросить. А вместе с ним — и все корни для $n < -1$.

Получается, что на отрезке $[-\pi/3; \pi/3]$ лежит только корень $x = 0{,}2$. Отметим его вместе со знаками и границами на координатной прямой:



Чтобы удостовериться, что справа от $x = 0{,}2$ производная действительно отрицательна, достаточно подставить в y’ значение $x = \pi/4$. Мы же просто отметим, что в точке $x = 0{,}2$ производная меняет знак с плюса на минус, а следовательно это точка максимума.

Ответ: 0,2

Задача. Найти наибольшее значение функции $y = 4\operatorname{tg} x - 4x + \pi - 5$ на отрезке $[-\pi/4; \pi/4]$.

Решение. Вычисляем производную: $y' = (4\operatorname{tg} x - 4x + \pi - 5)' = 4/\cos 2x - 4$.

Затем решаем уравнение: $y' = 0 \Rightarrow 4/\cos 2x - 4 = 0 \Rightarrow \ldots \Rightarrow x = \pi n,\ n \in Z$.

Выделим из этой формулы корни, подставляя конкретные n, начиная с $n = 0$:
$n = 0 \Rightarrow x = 0$. Этот корень нам подходит.
$n = 1 \Rightarrow x = \pi$. Но $\pi > \pi/4$, поэтому корень $x = \pi$ и значения $n > 1$ надо вычеркнуть.
$n = -1 \Rightarrow x = -\pi$. Но $\pi < -\pi/4$, поэтому $x = \pi$ и $n < -1$ тоже вычеркиваем.

Из всего многообразия корней остался лишь один: $x = 0$. Поэтому вычисляем значение функции для $x = 0$, $x = \pi/4$ и $x = -\pi/4$.
$y(0) = 4\operatorname{tg} 0 - 4\cdot 0 + \pi - 5 = \pi - 5$;
$y(\pi/4) = 4\operatorname{tg} (\pi/4) - 4\cdot\pi/4 + \pi - 5 = 1$;
$y(\pi/4) = 4\operatorname{tg} (-\pi/4) - 4\cdot(-\pi/4) + \pi - 5 = \ldots = 2\pi - 9$.

Теперь заметим, что $\pi = 3{,}14\ldots < 4$, поэтому $\pi - 5 < 4 - 5 < 0$ и $2\pi - 9 < 8 - 9 < 0$. Получается одно положительное число и два отрицательных. Мы ищем наибольшее — очевидно, это $y = 1$.

Ответ: 1

Заметим, что в последней задаче можно было и не сравнивать числа между собой. Ведь из чисел $\pi - 5$, 1 и $2\pi - 9$ в бланк ответов может быть записана лишь единица. Действительно, как написать в бланке, скажем, число π? А никак. Это важная особенность первой части ЕГЭ по математике, которая значительно упрощает решение многих задач. И работает она не только в В11.

Иногда при исследовании функции возникают уравнения, у которых нет корней. В таком случае задача становится еще проще, поскольку остается рассмотреть лишь концы отрезка.

Задача. Найти наименьшее значение функции $y = 7\sin x - 8x + 5$ на отрезке $[-3\pi/2; 0]$.

Решение. Сначала находим производную: $y' = (7\sin x - 8x + 5)' = 7\cos x - 8$.

Попробуем решить уравнение: $y' = 0 \Rightarrow 7\cos x - 8 = 0 \Rightarrow \cos x = 8/7$. Но значения $\cos x$ всегда лежат на отрезке $[-1; 1]$, а $8/7 > 1$. Поэтому корней нет.

Если корней нет, то и вычеркивать ничего не надо. Переходим к последнему шагу — вычисляем значение функции:
$y(-3\pi/2) = 7\sin(-3\pi/2) - 8\cdot(-3\pi/2) + 5 = ... = 12\pi + 12$;

$y(0) = 7\sin 0 - 8\cdot 0 + 5 = 5$.

Поскольку число $12\pi + 12$ в бланк ответов не записать, остается лишь $y = 5$.

Ответ: 5

Показательные функции

Вообще говоря, показательная функция — это выражение вида y = ax, где a > 0.
Но в задаче В11 встречаются только функции вида y = ex и, в крайнем случае, y = ekx + b.
Причина в том, что производные этих функций считаются очень легко:

1. (ex)" = ex. Ничего не изменилось.
2. (ekx + b)" = k·ekx + b. Просто добавляется множитель, равный коэффициенту при переменной x. Это частный случай производной сложной функции.

Все остальное абсолютно стандартно. Разумеется, настоящие функции в задачах В11 выглядят более сурово, но схема решения от этого не меняется. Рассмотрим пару примеров, выделяя лишь основные моменты решения — без основательных рассуждений и комментариев.

Задача. Найти наименьшее значение функции y = (x2 − 5x + 5)ex − 3на отрезке [−1; 5].

Решение. Производная: y’ = ((x2 − 5x + 5)ex − 3)’ = ... = (x2 − 3x)ex − 3 = x(x − 3)ex − 3.

Находим корни: y’ = 0 ⇒ x(x − 3)ex − 3 = 0 ⇒ ... ⇒ x = 0; x = 3.

Оба корня лежат на отрезке [−1; 5]. Осталось найти значение функции во всех точках:
y(−1) = ((−1)2 − 5·(−1) + 5)e− 1 − 3 = ... = 11·e−4;
y(0) = (02 − 5·0 + 5)e0 − 3 = ... = 5·e−3;
y(3) = (32 − 5·3 + 5)e3 − 3 = ... = −1;
y(5) = (52 − 5·5 + 5)e5 − 3 = ... = 5·e2.

Из четырех полученных чисел в бланк можно записать лишь y = −1. К тому же, это единственное отрицательное число — оно и будет наименьшим.

Ответ: −1

Задача. Найти наибольшее значение функции y = (2x − 7)·e8 − 2хна отрезке [0; 6].

Решение. Производная: y’ = ((2x − 7)·e8 − 2x)’ = ... = (16 − 4x)·e8 − 2x = 4(4 − x)·e8 − 2x.

Находим корни: y’ = 0 ⇒ 4(4 − x)·e8 − 2x = 0 ⇒ x = 4.

Корень x = 4 принадлежит отрезку [0; 6]. Ищем значения функции:
y(0) = (2·0 − 7)e8 − 2·0 = ... = −7·e8;
y(4) = (2·4 − 7)e8 − 2·4 = ... = 1;
y(6) = (2·6 − 7)e8 − 2·6 = ... = 5·e−4.

Очевидно в качестве ответа может выступать лишь y = 1.

Ответ: 1

Логарифмические функции

По аналогии с показательными функциями, в задаче B11 встречаются только натуральные логарифмы, поскольку их производная легко считается:

1. (ln x)’ = 1/x;
2. (ln(kx + b))’ = k/(kx + b). В частности, если b = 0, то (ln(kx))’ = 1/x.

Таким образом, производная всегда будет дробно-рациональной функцией. Остается лишь приравнять эту производную и ее знаменатель к нулю, а затем решить полученные уравнения.

Для поиска максимального или минимального значения логарифмической функции помните: натуральный логарифм обращается в «нормальное» число только в точках вида en. Например, ln 1 = ln e0 = 0 — это логарифмический ноль, и чаще всего решение сводится именно к нему. В остальных случаях «убрать» знак логарифма невозможно.

Задача. Найти наименьшее значение функции y = x2 − 3x + ln x на отрезке [0,5; 5].

Решение. Считаем производную:

$$y' = (x^2 - 3x + lnx)' = 2x - 3 + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x}$$

Находим нули производной и ее знаменателя:
y’ = 0 ⇒ 2x2 − 3x + 1 = 0 ⇒ ... ⇒ x = 0,5; x = 1;
x = 0 — тут решать нечего.

Из трех чисел x = 0, x = 0,5 и x = 1 внутри отрезка [0,5; 5] лежит только x = 1, а число x = 0,5 является его концом. Имеем:
y(0,5) = 0,52 − 3·0,5 + ln 0,5 = ln 0,5 − 1,25;
y(1) = 12 − 3·1 + ln 1 = −2;
y(5) = 52 − 3·5 + ln 5 = 10 + ln 5.

Из полученных трех значений лишь y = −2 не содержит знака логарифма — это и будет ответ.

Ответ: −2

Задача. Найти наибольшее значение функции y = ln(6x) − 6x + 4 на отрезке [0,1; 3].

Решение. Вычисляем производную:

$$y' = (\ln(6x) - 6x + 4)' = \frac{1}{x} - 6 = \frac{1 - 6x}{x}$$

Выясняем, когда производная или ее знаменатель равны нулю:
y’ = 0 ⇒ 1 − 6x = 0 ⇒ x = 1/6;
x = 0 — уже решено.

Вычеркиваем число x = 0, поскольку оно лежит за пределами отрезка [0,1; 3]. Считаем значение функции на концах отрезка и в точке x = 1/6:
y(0,1) = ln(6·0,1) − 6·0,1 + 4 = ln 0,6 + 3,4;
y(1/6) = ln(6·1/6) − 6·1/6 + 4 = ln 1 + 3 = 3;
y(3) = ln(6·3) − 6·3 + 4 = ln 18 − 14.

Очевидно, только y = 3 может выступать в качестве ответа — остальные значения содержат знак логарифма и не могут быть записаны в бланк ответов.

Ответ: 3

Метод коэффициентов в задаче B11

Многие задачи B11 решаются *элементарно* с помощью специальных приемов из высшей математики. К сожалению, эти приемы не изучаются в обычных школах. Вместо этого учеников «грузят» формулами, потому что так написано в учебниках.

Так вот: школьные формулы — брехня. И сегодня мы изучим нормальные алгоритмы. Пользуйтесь :)

Объем многогранника

Часто в задачах B11 дается многогранник и его объем. Затем многогранник растягивается или сжимается по разным направлениям. В результате получается новый многогранник, объем которого и требуется найти.

Как решать такие задачи? Прежде всего, запомните вот что:

Многогранник рассматривается в *трехмерном пространстве*. И все изменения происходят по одной из трех осей.

Теперь, когда в задаче написано «высота цилиндра увеличена в 2 раза, а основание уменьшено в 3 раза», это следует понимать так:

1. Растяжение в 2 раза по оси *OZ*;
2. Сжатие в 3 раза по осям *OX* и *OY*.

Обратите внимание: сжатие произошло сразу *по двум осям*. Ведь окружность — фигура двумерная, в отличие, например, от отрезка (который одномерен). Поэтому изменение радиуса влечет растяжение сразу «в обе стороны». Мы еще вернемся к этому факту, когда будем рассматривать реальные задачи.

А сейчас — основная теорема:

Пусть дан объем исходного многогранника Vстарый. Пусть также известны числа a, b и c — коэффициенты растяжения для осей *OX*,*OY* и *OZ* соответственно. Тогда объем нового многогранника Vновыйрассчитывается по формуле:

Vновый = Vстарый · $a \cdot b \cdot c$

Если по какой-то оси производится *сжатие* многогранника, а не растяжение, то вместо умножения просто пишется *деление*.

В частности, если все стороны многогранника изменились в одинаковое число раз (пусть это будет n), новый объем считается так:

Vновый = Vстарый · n3

Вот так все просто. Единственная загвоздка — определить, по какой оси и во сколько раз происходит растяжение или сжатие. Но это вопрос тренировки.

Задача [ЕГЭ 2011]

Параллелепипед $ABCDA1B1C1D1$ имеет объем 35 см3. Ребро ABувеличили в 2 раза, ребро AC — в 5 раз, а ребро $AA1$ уменьшили в 7 раз. Найдите объем нового параллелепипеда.

Решение

Только не надо чертить параллелепипед! Эта задача словно создана для решения описанным выше методом. Имеем:

1. Vстарый = 35;
2. Ось OX: растяжение в 2 раза ⇒ $a = 2$;
3. Ось OY: растяжение в 5 раз ⇒ $b = 5$;
4. Ось OZ: сжатие в 7 раз ⇒ $c = 1/7$.

Рассчитываем объем нового параллелепипеда:
Vновый = Vстарый · $a \cdot b \cdot c$ = 35 · 2 · 5 : 7 = 50

Получили, что Vновый = 50 — *это и есть ответ*. Все!
Ответ 50

Задача [Пробный ЕГЭ 2012]

Высоту кругового цилиндра увеличили в 4 раза, а радиус основания уменьшили в 3 раза. Найдите объем нового цилиндра, если объем исходного равен 45 м3.

Решение

По условию, нам известно:

1. Vстарый = 45;
2. По оси OZ идет растяжение в 4 раза, поэтому $c = 4$;
3. По осям OX и OY идет сжатие в 3 раза, поэтому $a = b = 1/3$.

Теперь можно найти объем:
Vновый = Vстарый · $a \cdot b \cdot c$ = 45 · 4 : 3 : 3 = 20

Обратите внимание, что сжатие идет сразу *по двум осям*: OX и OY.Ведь мы работаем с *круговым цилиндром*, в основании которого лежит окружность. Но окружность — объект двумерный, и чтобы сохранить пропорции, надо менять радиус по обоим измерениям. Иначе получится не окружность, а эллипс.

Ответ 20

Площадь поверхности многогранника

Эти задачи постоянно дают на пробных экзаменах. Это значит, что в настоящем ЕГЭ по математике они тоже будут.

Чтобы найти площадь многогранника после растягивания или сжатия, используйте следующую **теорему:**

Когда все стороны многогранника увеличить в n раз,его *площадь увеличится* в n^2 раз: $S_{новая} = S_{старая} \cdot n^2$

Аналогично, если все стороны сжать в n раз, площадь уменьшитсяв n^2 раз.
Как видите, формула площадей очень похожа на частный случай формулы объемов. Разница лишь в степени:

1. $V_{новый} = V_{старый} \cdot n^3$, поскольку объем — это «трехмерная» величина. Например, объем измеряется в кубических метрах ($м^3$);
2. $S_{новая} = S_{старая} \cdot n^2$, поскольку площадь — величина «двумерная» и измеряется в квадратных метрах ($м^2$).

Те, кто не знает эти правила, каждый раз вспоминают формулы объема и площади. Вот только у каждого многогранника эти формулы свои, и в них легко запутаться. Короче, фу. Лучше работайте по приведенной выше теореме.

Задача [Пробный ЕГЭ 2012]

Во сколько раз увеличится площадь поверхности правильной пирамиды, если все ее стороны увеличить в 7 раз?

Решение

Подставляем $n = 7$ в формулу площади:

$S_{новая} = S_{старая} \cdot 7^2 \Rightarrow S_{новая} = 49 \cdot S_{старая}$

Итак, площадь увеличится в 49 раз — это и есть ответ.
Ответ 49

Задача [Групповая консультация по ЕГЭ]

В пространстве даны два прямых круговых конуса. У второго конуса радиус основания и высота в 3 раза больше, чем у первого. Найдите площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна 324 $см^2$.

Решение

Чтобы решить задачу, надо понять, как из первого конуса получается второй. По условию, нам известны следующие величины:

1. n = 3 — именно во столько раз растягивается первый конус по каждой оси;
2. $S_{новая} = 324$ — площадь второго конуса.

Подставляем эти числа в нашу формулу — получаем:
$S_{новая} = S_{старая} \cdot n^2$
$324 = S_{старая} \cdot 9$
$S_{старая} = 324 : 9 = 36$

Умножение на $n2$ (а не деление) мы берем потому, что второй конус больше первого.

Полученная площадь — это и есть ответ.

Ответ 36